

УДК 502/504:630\*53

## РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ СМЕШАННЫХ ЭФФЕКТОВ В ЛЕСОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

**А. В. Лебедев, В. В. Кузьмичев**

*Российский государственный аграрный университет –  
Московская сельскохозяйственная академия им. К. А. Тимирязева  
127550, Москва, ул. Тимирязевская, 49*

E-mail: avl1993@mail.ru

*Поступила в редакцию 08.10.2020 г.*

Перспективными методами поиска закономерностей в экспериментальных данных, которые к настоящему времени не нашли широкого применения в лесной науке России, являются регрессионные модели смешанных эффектов. К ним за последние два десятилетия в мировом научном сообществе значительно возрос интерес. Модели смешанных эффектов представляют собой расширения регрессионных моделей для данных, которые собираются по отдельным группам. В качестве отдельных групп, оказывающих влияние на результативный признак, в лесном хозяйстве могут, например, рассматриваться отдельные древостои, пробные площади, географические регионы и др. По сравнению с классическими моделями фиксированных эффектов добавление случайной компоненты позволяет избежать нарушения предположения о независимости при повторных измерениях, поэтому оценки параметров являются более надежными. Модели смешанных эффектов применяются для решения широкого спектра задач в лесном хозяйстве – от описания парных связей между отдельными таксационными показателями до отражения динамики древостоев. Более точные прогнозы таксационных показателей по сравнению с традиционными моделями, в которые включены только фиксированные эффекты, позволят повысить производительность труда и экономическую эффективность лесного хозяйства. Большой положительный опыт использования моделей смешанных эффектов за рубежом не должен оставаться незамеченным в отечественной лесной науке. Их активное применение позволяет вскрывать закономерности в экспериментальных данных, тем самым давая новый вектор в развитии лесоведения, лесоводства, лесной таксации и других лесохозяйственных научных дисциплин.

**Ключевые слова:** *фиксированный эффект, случайный эффект, древостой, лесное хозяйство.*

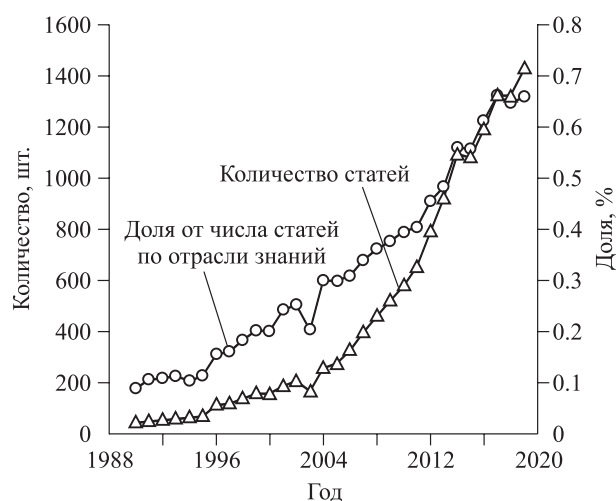
DOI: 10.15372/SJFS20210102

### ВВЕДЕНИЕ

За более чем трехвековую историю отечественного лесного хозяйства накоплены колоссальные объемы данных о количественных и качественных характеристиках деревьев и древостоев. Обмерены сотни тысяч модельных деревьев с вычислением объемов стволов и выходом сортиментов, а тысячи – с определением фитомассы, для разных целей заложены десятки тысяч временных пробных площадей, по сотням опытных участков получены сведения о долговременной динамике древостоев и т. д. В наши дни электронные измерительные комплексы в сочетании с методами дистанционного зондирования позволяют получать новые данные о

лесных насаждениях с еще большей скоростью и точностью. В связи с длительным циклом выращивания лесов методы анализа данных, стремительно развивающиеся в последние десятилетия, становятся основой при разработке новых лесоводственных нормативов и моделей. П. Я. Грабарник с соавт. (2019) отмечают, что применение новых методов для оценки и прогнозирования ресурсов и функций лесов России определяется переходом к интенсивной модели ведения лесного хозяйства и повышенным вниманием к экологическим проблемам природопользования.

Новые и усовершенствованные старые методы анализа данных имеют большое прикладное значение в лесохозяйственных исследованиях,



Количество статей в Scopus с упоминанием моделей смешанных эффектов в заголовке, кратком описании и ключевых словах по отрасли знаний «Сельскохозяйственные и биологические науки» и их доля от общего числа статей по отрасли по состоянию на 18 сентября 2020 г.

проводимых за рубежом. Одним из таких методов, не упоминаемым в лесной и смежных науках в России, являются регрессионные модели смешанных эффектов. За последние два десятилетия в мировом научном сообществе значительно возрос интерес к моделям смешанных эффектов (Bolker et al., 2009; Zuur et al., 2009). Анализ опубликованных статей в журналах, индексируемых Scopus, по отрасли знаний «Сельскохозяйственные и биологические науки», включающей направление «Лесное хозяйство», показывает ежегодный рост исследований, в которых при анализе экспериментальных материалов применяются модели смешанных эффектов.

За рассматриваемый период количество статей с упоминанием моделей смешанных эффектов возросло экспоненциально (см. рисунок). Так, если в 1990 г. их доля составляла всего 0.09 %, а в 2009 г. – 0.38 %, то к 2019 г. она увеличилась до 0.66 % от общего количество статей. В абсолютных единицах получены следующие значения: в 1990 г. – 42, в 2009 г. – 521 и в 2019 г. – 1425 статей.

Модели смешанных эффектов – это расширение регрессионных моделей для данных, которые собираются по отдельным группам. Эти модели описывают взаимосвязь между переменной отклика и независимыми переменными с коэффициентами, которые могут варьировать по отношению к одной или нескольким группирующим переменным. Модель смешанных эффектов состоит из двух частей: фиксирован-

ных и случайных эффектов. Члены с фиксированными эффектами обычно представляют собой стандартную часть регрессионной модели, а случайные эффекты связаны с отдельными экспериментальными единицами, выбранными случайным образом из совокупности. Случайные эффекты имеют предварительное распределение (наиболее часто нормальное), тогда как фиксированные эффекты – нет. Модели со смешанными эффектами могут представлять ковариационную структуру, связанную с группировкой данных путем связывания общих случайных эффектов с наблюдениями, которые имеют одинаковый уровень группирующей переменной. Подробнее теоретические аспекты линейных моделей смешанных эффектов рассмотрены, например, в работах J. C. Pinheiro and D. M. Bates (2000), A. Galecki and T. Burzykowski (2013), а нелинейных – в работах M. J. Lindstrom and D. M. Bates (1990), J. C. Pinheiro and D. M. Bates (2000), H. E. Burkhart and M. Tomé (2012).

Линейные модели являются, с одной стороны, самой простой разновидностью моделей смешанных эффектов, а с другой – представляют мощный, но сложный инструмент (Harrison et al., 2018). Разработки в области программного обеспечения сделали их доступными для неспециалистов и простыми для использования в широкодоступных статистических пакетах, например в R (R Core Team, 2016). В этих пакетах используются различные методы вычислений, что приводит к некоторым несоответствиям в выходных данных моделей. Эти различия, как правило, незначительны, и общие выводы по результатам моделирования одинаковы (Harrison et al., 2018).

## МОДЕЛИ РОСТА

Сама по себе идея применения случайных эффектов в лесном хозяйстве не нова. Концептуально она восходит к диссертационной работе J. L. Clutter (1961), где он обратил внимание на уникальность повторных измерений применительно к лесному хозяйству и отмечал, что предположение о независимости и случайности в регрессионном анализе нарушается при повторных измерениях на постоянных пробных площадях. Из-за этого может потребоваться соответствующая корректировка при проведении регрессионного анализа. Его первоначальное предположение о том, что наблюдения на конкретной пробной площади могут отражать закономерность, характерную только для этого

участка, а также включают в себя функцию времени, сегодня широко применяется при построении моделей смешанных эффектов.

Новаторской для лесного хозяйства была работа R. L. Bailey and J. L. Clutter (1974). В ней предложена концепция различных параметров модели, которые однозначно идентифицируются с конкретными лесными участками. Для культур сосны лучистой *Pinus radiata* D. Don в Новой Зеландии получена модель полиморфных кривых зависимости высоты от возраста, где условия местопроизрастания не требуют количественного выражения перед проведением оценки параметров.

Дальнейшие исследования с применением моделей смешанных эффектов посвящены, главным образом, моделированию роста по высоте. J. Lappi and R. L. Bailey (1988) продемонстрировали новый способ прогнозирования роста по высоте господствующих деревьев сосны Эллиота *Pinus elliottii* Engelm. в культурах. В качестве базовой модели использовалось уравнение F. J. Richards (1959), описывающее зависимость средней высоты популяции от возраста (фиксированный эффект) и случайные эффекты, учитывающие особенности отдельных древостоев и деревьев. По результатам исследования делается вывод, что такой подход к прогнозированию кривых высоты древостоя имеет несколько преимуществ по сравнению с традиционными методами. Он позволяет анализировать основные характеристики кривых высоты (распределение высоты деревьев относительно средней линии для древостоя, распределение средних значений в разных древостоях, изучение автокорреляции), использовать среднюю линию высоты древостоя для прогнозирования высоты отдельных деревьев любого возраста. Впоследствии в работе Z. Fang and R. L. Bailey (2001) показано, что модифицированная модель Ричардса со смешанными эффектами образует инвариантную по базовому возрасту полиморфную модель высоты.

Помимо роста по высоте смешанные модели позволяют описывать рост по диаметру ствола. Для деревьев куннингамии ланцетовидной *Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook., выращенных в культурах в провинции Фуцзянь (юго-восточная часть Китая), разработана нелинейная модель смешанных эффектов роста по диаметру ствола (Xu et al., 2014). В качестве базовой нелинейной модели роста по диаметру использовалось уравнение Корфа. Результаты исследования показали, что лучшим качеством отличается одноуровневая древовидная нелинейная модель

со случайными эффектами. В другой работе (Ni, Nigh, 2012) на примере деревьев в одно-возрастных культурах сосны ладанной *Pinus taeda* L. в опытах технологического университета Вирджинии (США) продемонстрировано, что нелинейная модель смешанных эффектов с фиксированной частью, представленной также уравнением Корфа, показала хороший результат по точности выравнивания экспериментальных данных.

## МОДЕЛИ ПРИРОСТА

Другим типом зависимостей являются модели прироста отдельных деревьев по таксационным показателям. Модели прироста по площади сечения ствола отдельных деревьев разработаны, например, для семи основных видов в бореальных лесах Северного Онтарио (Канада): пихты бальзамической *Abies balsamea* (L.) Mill., березы бумажной *Betula papyrifera* Marsh., тополя бальзамического *Populus balsamifera* L., сосны Банкаса *Pinus banksiana* Lamb., тополя осинообразного *Populus tremuloides* Michx., ели черной *Picea mariana* (Mill.) Britton, Sterns & Poggenb., ели белой *Picea glauca* (Moench) Voss (Pokharel, Dech, 2012) и для дуба *Quercus* spp. в лесах провинции Ханань (юго-восток Китая) (Wang et al., 2019). В обоих исследованиях по сравнению с базовыми моделями производительность моделей смешанных эффектов по комплексу метрик качества была значительно выше. Разработанные модели являются полезным инструментом для прогнозирования роста отдельных деревьев по площади сечения и позволяют формировать разнообразные стратегии по управлению лесами.

Линейная модель смешанных эффектов прироста по диаметру ствола отдельных деревьев сосны итальянской *Pinus pinea* L. в Испании разработана R. Calama and G. Montero (2005). В качестве объясняющих использовались переменные размера отдельного дерева, таксационные показатели древостоя, индексы конкуренции и региональные особенности. Разработанная модель выступает в роли инструмента для прогнозирования роста деревьев, но основана на предположении постоянства во времени случайной компоненты, тогда как влияние на прирост изменения густоты древостоя в результате естественного отпада или проведения рубки не учтено. Поэтому результаты прогнозов по этой модели на срок более 10 лет следует рассматривать с осторожностью.

## МОДЕЛИ СВЯЗИ БИОМЕТРИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Для многих регионов и лесобразующих пород получены модели смешанных эффектов связи отдельных биометрических показателей деревьев. Наибольшее количество моделей разработано для описания взаимосвязи высоты и диаметра на высоте груди (Huang et al., 2009; Sharma et al., 2016; Özçelika et al., 2018; Ogana et al., 2020). Считается, что в моделях типа высота-диаметр с фиксированным эффектом нарушается предположение о независимости (Özçelika et al., 2018) и требуется достаточное количество измерений для объективной оценки высоты деревьев (Arcangeli et al., 2014; Kalbi et al., 2018). Классические модели с фиксированными эффектами являются неудовлетворительными с точки зрения надежных оценок параметров и могут быть оправданными только в случае использования для вычисления средней высоты деревьев с заданным диапазоном диаметров (Mehtätalo et al., 2015). Преимуществом моделей со смешанными эффектами считается способность прогнозировать высоту не только с учетом фиксированного эффекта, но и с откалиброванной реакцией в виде случайных эффектов, полученных с использованием значений высоты, измеренной у нескольких деревьев, тем самым обеспечивая построение специфической кривой высоты для каждого древостоя (Burkhardt, Tomé, 2012).

В ряде исследований (Sharma et al., 2016, 2019) показано, что модели смешанных эффектов предсказывают высоту деревьев более точно не только для чистых древостоев, но и для смешанных, когда все измеренные высоты на пробной площади, независимо от древесной породы, используются для прогнозирования случайных эффектов. Разработанные к настоящему времени модели обеспечивают при инвентаризации лесов достаточно точный расчет высоты по результатам измерения только нескольких деревьев на участке. Это способствует снижению затрат на проведение инвентаризации лесных участков. Кроме того, эти модели могут быть использованы для описания вертикальной структуры древостоя, оценки объема и биомассы древесины, а также моделирования динамики древостоя (Sharma et al., 2019).

Для деревьев ели обыкновенной *Picea abies* (L.) Н. Karst. и бука европейского *Fagus sylvatica* L., произрастающих в условиях Че-

хии, получена обобщенная нелинейная модель со смешанными эффектами для зависимости отношения протяженности кроны к общей высоте ( $CR$ ) от диаметра на высоте груди (Sharma et al., 2018). Особенности местопроизрастания рассмотрены в качестве случайных эффектов. Разработанная модель имеет важное значение для оценки силы роста и развития деревьев, их устойчивости, плотности и профиля древесного полога. Модель можно рассматривать в качестве инструмента при определении сроков прореживания. Считается, что прореживание следует проводить сразу после того, как средний  $CR$  упадет ниже определенного значения, например 0.5 для южных сосен (Harrington, 2000). Кроме того, модель дает возможность расчета недостающих таксационных показателей на основе данных инвентаризации лесов.

По данным второй инвентаризации лесов Испании разработано обобщенное уравнение для прогнозирования диаметра кроны пробкового дуба *Quercus suber* L. (Sánchez-González et al., 2007). В качестве фиксированных эффектов в модель включены средний диаметр древостоя и диаметры стволов дуба. Случайными эффектами являются отдельные пробные площади. Данная модель дает надежные оценки диаметра кроны и является чувствительной к среднему диаметру древостоя. Поэтому она может применяться вместе с моделями, описывающими динамику насаждений, в сочетании с которыми вносит значительный вклад в интегрированные модели управления лесами, позволяющими назначать оптимальные лесоводственные мероприятия.

Путем моделирования образующих древесных стволов получены значения объемов для куннингамии ланцетовидной *Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook. в лесных культурах в провинции Фуцзянь (юго-восточная часть Китая) (Guangyi et al., 2015) и для сосны ладанной в муниципалитете Кампу-Белу-ду-Сул (Бразилия) (Nicoletti et al., 2019). С использованием в качестве базовой модели уравнения Шумахера-Холла (Schumacher, Hall, 1933) получена модель объемов стволов для эвкалипта большого *Eucalyptus grandis* W. Hill в посадках в штате Сан-Паулу (Бразилия) (Vismara et al., 2015). Во всех случаях использование моделей смешанных эффектов показало высокое качество предсказаний.

В работе М. F. Nicoletti et al. (2019) проведено сравнение двух базовых моделей образующей

древесного ствола для относительных высоты и диаметра: четырехпараметрической логистической функции в модифицированной форме и полинома пятой степени. В качестве случайных эффектов авторы рассматривали диаметр, возраст и место произрастания. Лучшее качество по предсказанию объема стволов показала модель, в основу которой был положен полином пятой степени. Среди случайных эффектов наибольшее влияние оказал возраст.

Количественная оценка биомассы важна для практического лесоводства и решения научных задач. Крайне актуальным остается вопрос разработки моделей для отдельных деревьев, пригодных для использования при крупномасштабной оценке лесной биомассы (Fu et al., 2014). При этом во многих исследованиях отдается предпочтение моделям со смешанными эффектами (Zheng et al., 2015; Huy et al., 2016; Njana et al., 2016). Подробный обзор использования смешанных моделей применительно к биомассе дан в работе В. А. Усольцева с соавт. (2018).

На примере сосны Массона *Pinus massoniana* Lamb. в Китае (Fu et al., 2014) показано, что моделирование смешанных эффектов обеспечивает эффективный подход к решению проблемы совместности оценок биомассы лесов в различных масштабах. Исследователи в качестве базовой модели использовали простую аллометрическую функцию от диаметра на высоте груди, а в качестве случайных эффектов рассматривали два фактора: происхождение деревьев (естественное или искусственное), географический регион (девять провинций или три субрегиона). Результаты анализа показали, что модель со смешанными эффектами не только обеспечивает более точные оценки, но и обладает хорошей универсальностью по сравнению с обычной аллометрической моделью фиксированных эффектов. В другом исследовании сравнение аллометрического уравнения с моделями фиктивных переменных, смешанных эффектов и иерархической байесовской моделью на примере биомассы культур лиственницы *Larix* spp. в Китае (Chen et al., 2017) показало, что оно характеризуется худшей производительностью. При построении региональных моделей биомассы при большом количестве категорий в признаках линейная смешанная модель и байесовская иерархическая модель являются более гибкими и предпочтительными, чем модель фиктивных переменных.

## АНАЛИЗ ДАННЫХ ДОЛГОВРЕМЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Модели смешанных эффектов используются для выявления зависимостей таксационных показателей древостоев от возраста и календарного года, а также аллометрических зависимостей между показателями роста и размера. По данным долгосрочных наблюдений за лесными насаждениями Центральной Европы (Pretzsch et al., 2014a, b) получены модели, в которых в качестве случайных эффектов рассматривались особенности отдельных пробных площадей и их местоположения. Модели показали, что с 1870 г. связи между таксационными показателями древостоев продолжают подчиняться общим аллометрическим правилам, но при этом в последние десятилетия рост древостоев происходит быстрее, в результате чего количество деревьев в настоящее время на 17–20 % ниже, чем в прошлом, в насаждениях того же возраста. Моделирование плотности древесины лесообразующих пород юга Германии показало (Pretzsch et al., 2018), что происходит ее значительное снижение за последние 100 лет. Поскольку древостой и деревья растут быстрее по объему древесины, плотность древесины снизилась на 8–12 % с 1900 г. В другой работе (Pretzsch, 2020) по данным 22 экспериментов по прореживанию ели европейской в Германии (127 опытных участков и 1209 измерений древостоев) с использованием моделей смешанных эффектов была пересмотрена взаимосвязь между густотой и показателями роста, а также выявлены последствия рубок ухода на продуктивность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный обзор показывает, что модели смешанных эффектов применяются для решения широкого спектра задач в лесном хозяйстве – от прогнозирования таксационных показателей отдельных деревьев в статике до динамики древостоев. Поскольку они дают более точные прогнозы таксационных показателей по сравнению с традиционными моделями, в которые включены только фиксированные эффекты, их внедрение в производство обеспечивает повышение производительности труда и экономической эффективности лесного хозяйства. Большой положительный опыт использования моделей смешанных эффектов за рубежом не должен оставаться незамеченным в отечественной лесной науке. Их активное применение позволяет вскрывать

закономерности в экспериментальных данных, тем самым давая новый вектор в развитии лесоведения, лесоводства, лесной таксации и других лесохозяйственных научных дисциплин.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

- Грбарник П. Я., Шанин В. Н., Чертов О. Г., Припутина И. В., Быховец С. С., Петропавловский Б. С., Фролов П. В., Зубкова Е. В., Шапков М. П., Фролова Г. Г. Моделирование динамики лесных экосистем как инструмент прогнозирования и управления лесами // Лесоведение. 2019. № 6. С. 488–500 [Grabarnik P. Ya., Shanin V. N., Chertov O. G., Priputina I. V., Bykhovets S. S., Petropavlovsky B. S., Frolov P. V. Zubkova E. V., Shashkov M. P., Frolova G. G. Modelirovanie dinamiki lesnykh ekosistem kak instrument prognozirovaniya i upravleniya lesami (Modelling of forest ecosystem dynamics: an instrument for forest prediction and management) // Lesovedenie (For. Sci.). 2019. N. 6. P. 488–500 (in Russian with English abstract)].
- Усольцев В. А., Шубаири С. О., Дар Дж. А., Цепордей И. С., Часовских В. П., Колчин К. В. Проблемы оценки биопродуктивности лесов в аспекте биогеографии: 2) модели смешанных эффектов // Эко-Потенциал. 2018. № 1 (21). С. 9–27 [Usoltsev V. A., Shobairi S. O., Dar J. A., Tsepordey I. S., Chasovskikh V. P., Kolchin K. V. Problemy otsenki bioproduktivnosti lesov v aspekte biogeografii: 2) modeli smeshannykh effektiv (Problems of estimating forest biological productivity in the aspect of biogeography: 2) mixed-effects models) // Eco-Potential. 2018. N. 1 (21). P. 9–27 (in Russian with English abstract)].
- Arcangeli C., Klopff M., Hale S. E., Jenkins T. A., Hasenauer H. The uniform height curve method for height-diameter modelling: an application to Sitka spruce in Britain // Forestry. 2014. V. 87. Iss. 1. P. 177–186.
- Bailey R. L., Clutter J. L. Base-age invariant polymorphic site curves // For. Sci. 1974. V. 20. Iss. 2. P. 155–159.
- Bolker B. M., Brooks M. E., Clark C. J., Geange S. W., Poulsen J. R., Stevens M. H., White J.-S. S. Generalized linear mixed models: a practical guide for ecology and evolution // Trends Ecol. Evolut. 2009. V. 24. Iss. 3. P. 127–135.
- Burkhardt H. E., Tomé M. Modeling forest trees and stands. Dordrecht, Netherlands: Springer Sci., Business Media, 2012. 458 p.
- Calama R., Montero G. Multilevel linear mixed model for tree diameter increment in stone pine (*Pinus pinea*): a calibrating approach // Silva Fenn. 2005. V. 39. N. 1. P. 37–54.
- Chen D., Huang X., Zhang S., Sun X. Biomass modeling of larch (*Larix* spp.) plantations in China based on the mixed model, dummy variable model, and Bayesian hierarchical model // Forests. 2017. V. 8. N. 8. Article number: 268.
- Clutter J. L. The development of compatible analytic models for growth and yield of Loblolly pine. PhD. dissertation, Duke Univ., 1961.
- Fang Z., Bailey R. L. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments // For. Sci. 2001. V. 47. Iss. 3. P. 287–300.
- Fu L., Zeng W., Zhang H., Wang G., Lei Y., Tang S. Generic linear mixed-effects individual-tree biomass models for *Pinus massoniana* in southern China // Southern Forests: J. For. Sci. 2014. V. 76. Iss. 1. P. 47–56.
- Galecki A., Burzykowski T. Linear mixed-effects models using R: A step-by-step approach. New York: Springer Verlag, 2013. 542 p.
- Guangyi M., Yujun S., Hao X., de-Miguel S. A mixed-effects model with different strategies for modeling volume in *Cunninghamia lanceolata* plantations // PLoS One. 2015. V. 10. N. 10. Article number: e0140095.
- Harrington T. B. Silvicultural approaches for thinning southern pines: method, intensity, and timing. Georgia For. Commission: Macon, GA, USA, 2000.
- Harrison X. A., Donaldson L., Correa-Cano M. E., Evans J., Fisher D. N., Goodwin C. E., Robinson B. S., Hodgson D. J., Inger R. A brief introduction to mixed effects modelling and multi-model inference in ecology // Peer J. 2018. N. 6 (1). Article number: e4794.
- Huang S., Meng S. X., Yang Y. Using nonlinear mixed model technique to determine the optimal tree height prediction model for black spruce // Modern Appl. Sci. 2009. V. 3. N. 4. P. 3–18.
- Huy B., Kralicek K., Poudel K. P., Phuong V. T., Khoa P. V., Hung N. D., Temesgen H. Allometric equations for estimating tree aboveground biomass in evergreen broadleaf forests of Vietnam // For. Ecol. Manag. 2016. N. 382. P. 193–205.
- Kalbi S., Fallah A., Bettinger P., Shataee S., Yousefpour R. Mixed-effects modelling for tree height prediction models of Oriental beech in the Hyrcanian forests // J. For. Res. 2018. N. 29. P. 1195–1204.
- Lappi J., Bailey R. L. A height prediction model with random stand and tree parameters: an alternative to traditional site index methods // For. Sci. 1988. V. 34. N. 4. P. 907–927.
- Lindstrom M. J., Bates D. M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data // Biometrics. 1990. V. 46. N. 3. P. 673–687.
- Mehtätalo L., Miguel S. de, Gregoire T. G. Modeling height-diameter curves for prediction // Can. J. For. Res. 2015. N. 45. P. 826–837.
- Ni C., Nigh G. D. An analysis and comparison of predictors of random parameters demonstrated on planted loblolly pine diameter growth prediction // Forestry. 2012. V. 85. Iss. 2. P. 271–280.
- Nicoletti M. F., Carvalho S. P., Machado S. A., Filho A. F., Oliveira G. S. Partial volume prediction through nonlinear mixed modeling // Floresta e Ambiente. 2019. V. 26. N. 4. Article number: e20170329.
- Njana M. A., Bollandsås O. M., Eid T., Zahabu E., Malimbwi R. E. Above- and belowground tree biomass models for three mangrove species in Tanzania: a nonlinear mixed effects modelling approach // Ann. For. Sci. 2016. V. 73. Iss. 2. P. 353–369.
- Ogana F. N., Corral-Rivas S., Gorgoso-Varela J. J. Nonlinear mixed-effect height-diameter model for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus radiata* D. Don // Cerne. 2020. V. 26. N. 1. P. 150–161.
- Özçelika R., Caob Q. V., Trincadoc G., Göçer N. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey // For. Ecol. Manag. 2018. V. 419–420. P. 240–248.

- Pinheiro J. C., Bates D. M.* Mixed-effects models in S and S-PLUS. New York: Springer Verlag, 2000. 528 p.
- Pokharel B., Dech J. P.* Mixed-effects basal area increment models for tree species in the boreal forest of Ontario, Canada using an ecological land classification approach to incorporate site effects // *Forestry*. 2012. V. 85. Iss. 2. P. 255–270.
- Pretzsch H.* Density and growth of forest stands revisited. Effect of the temporal scale of observation, site quality, and thinning // *For. Ecol. Manag.* 2020. V. 460. Article number: 117879.
- Pretzsch H., Biber P., Schütze G., Bielak K.* Changes of forest stand dynamics in Europe. Facts from long-term observational plots and their relevance for forest ecology and management // *For. Ecol. Manag.* 2014a. V. 316. P. 65–77.
- Pretzsch H., Biber P., Schütze G., Uhl E., Rötzer T.* Forest stand growth dynamics in Central Europe have accelerated since 1870 // *Nature Comm.* 2014b. N. 5. Article number: 4967.
- Pretzsch H., Biber P., Schütze G., Kemmerer J., Uhl E.* Wood density reduced while wood volume growth accelerated in Central European forests since 1870 // *For. Ecol. Manag.* 2018. V. 429. P. 589–616.
- R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2016.
- Richards F. J.* A flexible growth function for empirical use // *J. Exp. Bot.* 1959. V. 10. N. 29. P. 290–300.
- Sánchez-González M., Cañellas I., Montero G.* Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain // *Invest. Agr. Sist. Recur. For.* 2007. V. 16. N. 1. P. 76–88.
- Sharma R. P., Vacek Z., Vacek S.* Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic // *J. For. Sci.* 2016. V. 62. N. 10. P. 470–484.
- Sharma R. P., Vacek Z., Vacek S.* Generalized nonlinear mixed-effects individual tree crown ratio models for Norway Spruce and European Beech // *Forests*. 2018. N. 9. Article number: 555.
- Sharma R. P., Vacek Z., Vacek S., Kučera M.* Modelling individual tree height-diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe // *Trees*. 2019. V. 33. P. 103–119.
- Schumacher F. X., Hall F. S.* Logarithmic expression of timber-tree volume // *J. Agr. Res.* 1933. V. 47. N. 9. P. 719–734.
- Vismara E. S., Mehtätalo L., Batista J. L.* Linear mixed-effects models and calibration applied to volume models in two rotations of *Eucalyptus grandis* plantations // *Can. J. For. Res.* 2015. V. 46. N. 1. P. 132–141.
- Wang W., Chen X., Zeng W.-S., Wang J., Meng J.* Development of a mixed-effects individual-tree basal area increment model for oaks (*Quercus* spp.) considering forest structural diversity // *Forests*. 2019. V. 10. N. 6. Article number: 474. 19 p.
- Xu H., Sun Y., Wang H., Fu Y., Dong Y., Li Y.* Nonlinear Mixed-Effects (NLME) diameter growth models for individual China fir (*Cunninghamia lanceolata*) trees in Southeast China // *PLoS ONE*. 2014. V. 9. N. 8. Article number: e104012.
- Zheng C., Mason E. G., Jia L., Wei S., Sun C., Duan J.* A single-tree compatible biomass model of *Quercus variabilis* Blume forests in North China // *Trees*. 2015. V. 29. Iss. 3. P. 705–716.
- Zuur A. F., Ieno E. N., Walker N., Saveliev A. A., Smith G. M.* Mixed effects models and extensions in ecology with R. New York: Springer Sci. Business Media, LLC, 2009. 563 p.

## **MIXED EFFECTS REGRESSION MODELS IN FORESTRY RESEARCH**

**A. V. Lebedev, V. V. Kuzmichev**

*Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy  
Timiryazevskaya str., 49, Moscow, 127550 Russian Federation*

---

E-mail: avl1993@mail.ru

A promising method for finding patterns in experimental data is regression models of mixed effects, which have not found wide application in forest science in Russia to date. Over the past two decades, interest in them has grown significantly in the world scientific community. Mixed-effect models are extensions of regression models for data that is collected by group. In forestry, for example, individual stands, trial plots, geographic regions, etc. can be considered as separate groups influencing the resultant trait. Compared to classical fixed effect models, the addition of a random component avoids violating the assumption of independence in repeated measurements. Therefore, parameter estimates are more reliable. Mixed-effect models are used to solve a wide range of problems in forestry, from describing pairwise relationships between individual tree variables to reflecting the dynamics of forest stands. By giving more accurate forecasts of variables in comparison with traditional models, which include only fixed effects, their introduction into production activities can increase labor productivity and economic efficiency of forestry. A large positive experience of using models of mixed effects abroad should not go unnoticed in the domestic forestry science. Their active use makes it possible to reveal new or hidden patterns in experimental data, thereby giving a new vector in the development of forestry, forest inventory and other forestry scientific disciplines.

**Keywords:** *models of mixed effects, fixed effect, random effect, tree stand, forestry.*

**How to cite:** *Lebedev A. V., Kuzmichev V. V. Mixed effects regression models in forestry research // Sibirskij Lesnoj Zurnal (Sib. J. For. Sci.). 2021. N. 1. P. 13–20 (in Russian with English abstract and references).*